基于随机集理论的多源信息统一表示与建模方法

徐晓滨[1,2], 文成林[2], 刘荣利[2]
(1. 上海海事大学电气自动化系, 上海 200135; 2. 杭州电子科技大学自动化学院, 浙江杭州 310018)

摘 要: 由于信息形式的多样性及其特征的复杂性,使得对不确定、未知性、非精确和不完全等类型信息的表示和建模都要通过相应的方法完成,由于方法的不统一,从而很难实现对异类信息的融合. 所以,能否找到一种统一的理论实现多源异类信息的表示与建模,最终实现融合成为信息融合中的关键问题. 众多研究者经过多年的探索发现,随机集理论有望解决这个难题. 本文首先对各种多源信息进行分类,并介绍几种常用的表示和建模方法及其适用范围;随后引入随机集理论的基本概念和性质,综合论述该理论与已有方法之间的相互转化关系,并进一步论证用随机集统一表示和建模多源信息的可能性;最后,介绍随机集理论在信息融合中的应用并指出未来的发展方向.

关键词: 多源信息融合; 随机集理论; 不完整性信息; 人工智能
中图分类号: TP18 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2008) 06-1174-08

The Unified Method of Describing and Modeling Multisource Information Based on Random Set Theory

XU Xiao-bin[1,2], WEN Cheng-lin[2], LIU Rong-li[2]
(1. *Department of Electrical and Automation, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135, China;*
2. *School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou, Zhejiang 310018 China*)

Abstract: Because of the diversity of information types and the complexity of information characteristics, traditionally, the multisource heterogeneous information is described and modeled by the corresponding knew theories, so there is rarely an unified method to fusion them. For several years, researchers have explored the unification of theories enabling the fusion of heterogeneous information and have finally considered random set theory. This paper first classifies available information by qualities (uncertain, vague, imprecise, etc) and then presents common theories that can be used to cope with them. Random set theory is introduced as a possible framework for unification. The reasons why the individual theories can fit in this framework are detailed. Finally, this paper reviews applications of random set theory in information fusion and discusses the possible directions in the future.

Key words: multisource information fusion; random set theory; imperfect information; artificial intelligence

1 引言

信息融合是要通过适当的融合策略或算法,实现具有相关性和互补性的多源信息的有效综合与利用,以期得到一个比单源信息更优的结果. 然而,融合算法的建立依赖于对多源信息系统有效地建模,而对多源信息的统一表示与度量则是进行系统建模的前提和基础.

多源信息分别是对被观测系统各种属性或特征、以及背景或环境信息给出的定量表示或定性描述. 由于环境的复杂性、传感器或观测者本身的局限性、信息获取技术或方法的不完善等原因,会引起这些信息通常表现出不确定(Uncertain)、未知(Vague)、非精确(Imprecise)和不完全(Incomplete)等特征,可统称它们为不完整性(Imperfection)[1]. 研究者常常根据不同的情况和需要,在相应的假设或条件下采用信息融合和人工智能中提供的信息表示与建模方法(如模糊集、粗糙集、贝叶斯推理、证据推理、可能性理论、条件事件代数等)有针对性地分析信息在某方面的特性. 但是,面对受到诸多不确定因素影响的多源信息系统,这些方法及其信息处理技术都具有很多的局限性,所以信息融合理论仍然缺乏坚实而统一的数学基础,从而无法有效地对各类信息进行融合[2,3]. 近几十年来,随机集理论作为传统概率和集合

收稿日期: 2007-04-05; 修回日期: 2008-03-17
国家自然科学基金项目(No. 60434020, 60772006); 浙江省自然科学基金杰出青年团队项目(No. R106745)

理论相结合的一个重要的新的数学分支, 已被许多学者公认为是能解决该难题的一个强大的数学工具.

本文首先对各种多源信息进行分类, 介绍几种常用的表示和建模方法及其适用范围; 随后引入随机集理论的基本概念和性质, 综合论述该理论与已有方法之间的相互转化关系, 并进一步论证用随机集统一表示和建模多源信息的可能性; 最后, 介绍随机集理论在信息融合中的应用并指出未来的研究方向.

2　不完整性信息的分类

本文从不确定性和非精确性两方面讨论信息的不完整性. 不确定性是指观测者或观测器不能确定自身对客观事物状态的判断与事物真实状态之间的关系, 即这种判断可能对也可能错. 非精确性是指观测者或观测器提供的某事物的信息不能用一个单值(Single value)而只能用一个数集(Set of values)来表示的特性[1]. 例如"目标以60%的置信度是一架F-18战斗机"就是一条不确定信息, 即信息是精确的但是不确定的. "目标是集合{F-18, 波音747, F-16, 米格-29}中的一个", 这是一条非精确的信息, 即仅能确定目标是这个集合中的一个元素, 而不能断定到底是哪一个. 一般可用概率论或证据理论处理这两类信息或者它们的混合形式.

另一类不完整信息是未知性信息[4], 该类信息常常指由人提供的语言类主观信息, 描述一类事物, 但类的边界是模糊的. 这类信息具有非精确性的同时又有不确定性, 通常可用模糊集理论对其加以处理.

还有一类不完整信息是不完全性信息[5], 其可以被表示为事件发生置信度的上界, 该类信息也同时含有非精确和不确定性. 这就意味着, 在没有足够的统计信息时, 人们不知道事件发生的概率, 而只知道其发生的可能性. 例如, "Hans 吃了 X 个鸡蛋, 其中 $X\in\{1, 2, 3, \dots\}$". Hans 吃 3 个鸡蛋的可能性是 1, 但是概率只有 0.1. 常可用可能性理论对这类信息加以处理.

再者, 无论是自然语言还是机器语言, 逻辑或统计信息, 专家系统提供的规则知识, 都会以条件事件的形式出现[6]. 如"if x, then y"、"x 蕴含 y"、"x 引起 y"、"y 在 x 的范围之内"和"y 是前提 x 的一个结果", 这些陈述都具有非精确性和不确定性, 前提和结论可能部分相容, 这就更容易引起条件陈述的模糊. 这类信息都可以用条件事件代数的方法加以处理. 随着人工智能的发展和基于规则的专家系统在各个领域内的应用, 条件信息正逐步引起人们的重视, 图 1 给出了各类不完整性信息及联系.

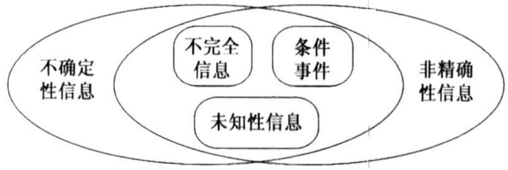

图 1　不完整性信息的分类

3　随机集的概念及性质

鉴于表示的方便, 首先给出一些符号的定义.

定义 3.1　令 $\Theta=\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 是一个辨识框架

该框架中的元素或子集是我们要研究的对象. 2^Θ 是 Θ 的所有子集组成的幂集, 且满足 $\varnothing\in 2^\Theta$, $\Theta\in 2^\Theta$.

定义 3.2　集值映射[7~9] 设 $(\Omega, \mathscr{F}, P)$ 是一个概率空间, $(\Theta, \mathscr{B}_\Theta)$ 是一个可测空间, 定义集值映射

$$X: \Omega\rightarrow 2^\Theta$$

其中, $\mathscr{F}$ 是 Ω 上的 σ 域, $(\mathscr{B}_\Theta$ 是 Θ 上的 σ 域, 给定 $T\in\mathscr{B}_\Theta$, 其上逆、下逆和逆分别定义为

$$X^*(T)=\{\omega\in\Omega: X(\omega)\cap T\neq\varnothing\} \tag{1}$$

$$X_*(T)=\{\omega\in\Omega: X(\omega)\subseteq T\} \tag{2}$$

$$X^{-1}(T)=\{\omega\in\Omega: X(\omega)=T\} \tag{3}$$

若定义算子: $j: 2^\Theta\rightarrow 2^\Omega$, 且对 $\forall T\in\mathscr{B}_\Theta$, 记

$$j(A)=X^{-1}(T)\subseteq\Omega \tag{4}$$

如果 $j(T)\neq\varnothing$, 则称 T 是 j 的一个焦集(Focus set), 令

$$\mathscr{J}=\{j(T)\in 2^\Omega: j(T)\neq\varnothing, T\subseteq\Theta\} \tag{5}$$

可以验证, 焦集满足如下性质

$$\begin{cases}\bigcup\{j(T): T\subseteq\Theta\}=\Omega\\ T_1, T_2\in(\mathscr{B}_\Theta) T_1\neq T_2\Rightarrow j(T_1)\cap j(T_2)=\varnothing\end{cases} \tag{6}$$

则 J 构成了对 Ω 的一个划分, 算子 $j=X^{-1}$ 就是集值映射的关系划分函数[7~9].

定义 3.3　随机集及其上下概率[7~9]　如果定义 3.2 中的集值映射 X 是强可测的(Strongly measurable), 即对于 $\forall T\in\mathscr{B}_\Theta$ 有 $X^*(T)\in F$, 则称 X 是一个随机集. 对于 $\forall T\in\mathscr{B}_\Theta$, 其上概率和下概率分别为

$$P^*(T)=P(T^*)/P(\Theta^*) \tag{7}$$

$$P_*(T)=P(T_*)/P(\Theta^*) \tag{8}$$

若随机集 X 是 $\mathscr{F}-\mathscr{B}_\Theta$ 可测的, P 是 $\mathscr{F}$ 上的概率测度, 则 X 在 $\mathscr{B}_\Theta$ 上的概率测度就为 $P_X=PX^{-1}$, 即

$$P_X(T)=PX^{-1}(T)=P(\omega\in\Omega): X(\omega)=T \tag{9}$$

并有 $P(\omega: X(\omega)X=\varnothing)=0$, $\varnothing\in\mathscr{B}_\Theta$.

定义 3.4[9]　设 X, Y 为定义在相同空间上的两个随机集, 其交、并、补运算定义为, 对 $\forall\omega\in\Omega$

$$(X\cap Y)(\omega)=X(\omega)\cap Y(\omega)$$

$$(X\cup Y)(\omega)=X(\omega)\cup Y(\omega)$$

$$(X^c)(\omega)=[X(\omega)]^c \tag{10}$$

4　随机集与人工智能方法之间的关系

由上节可知, 可用随机集诱导出的概率测度对论域中的子集即随机集的像进行度量, 而模糊集、可能性理

论、证据推理等方法也是从不同角度对论域中的子集进行度量,所以随机集与这些方法之间必然存在着密切的联系.本节基于前人的工作及我们近期的研究成果,综合论述了随机集理论和经典概率 *Bayes* 理论、人工智能方法之间的转化关系,从而论证了用随机集统一表示和建模各类不完整信息的可能性.

4.1 证据理论的随机集描述

Dempster-Shafer 证据理论通过引入置信函数和似真函数,使得对信息的非精确和不确定等认知方面的表示、度量和处理比概率论更加灵活、有效.以下给出 *D-S* 证据推理的几个基本概念和证据合并规则[10].

定义 4.1.1 质量函数(基本概率指派函数) 称映射 $\mathrm{m}: 2^{\Theta} \to [0,1]$ 是定义在 Θ 上的质量函数,如果满足:(a)对空集 $\varnothing$,有 $\mathrm{m}(\varnothing)=0$;(b)对 $\forall A \in 2^{\Theta}$,$\sum_A \mathrm{m}(A)=1$.当 $\mathrm{m}(A)>0$ 时,称 A 是质量函数的焦元.

定义 4.1.2 置信函数 称映射 $\mathrm{Bel}: 2^{\Theta} \to [0,1]$ 是一个定义在 Θ 上的置信函数,且满足

$$\mathrm{Bel}(A)=\sum_{B \in A} \mathrm{m}(B) \tag{11}$$

它不仅对子集 A 赋予置信度,同时也对其全部子集赋予置信度.

定义 4.1.3 似真函数 称映射 $\mathrm{Pl}: 2^{\Theta} \to [0,1]$ 是一个定义在 Θ 上的似真函数,且满足

$$\mathrm{Pl}(A)=\sum_{A \cap B \neq \varnothing} \mathrm{m}(B) \tag{12}$$

函数 Pl 和 Bel 存在如下关系

$$\mathrm{Pl}(A)=l-\mathrm{Bel}(A^{c}) \tag{13}$$

$\mathrm{Pl}(A)$ 表示证据不拒绝 A 的程度.

定理 4.1.1 **Dempster** 合并规则 设 $\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2$ 分别是定义在 Θ 上的两个质量函数,定义合并后的质量函数为

$$\mathrm{m}(C)=\sum_{A \cap B=C} \mathrm{m}_1(A)\mathrm{m}_2(B) \Big\backslash \left(1-\sum_{A \cap B=\varnothing} \mathrm{m}_1(A)\mathrm{m}_2(B)\right) \tag{14}$$

合并规则是证据理论在同一个辨识框架上处理多批证据同时作用的方法,也是证据理论的核心.

利用随机集可以对证据理论中这些主要的概念给予新的诠释与扩展.

定义 4.1.4 质量函数、置信函数和似真函数的随机集表示[7,8] 设 $(\Omega, \mathscr{F}, P)$ 是一个概率空间,$(\Theta, \mathscr{B}_{\Theta})$ 是一个可测空间,而 $X: \Omega \to 2^{\Theta}$ 是随机集,且对,$\forall \omega \in \Omega$,$X(\omega) \neq \varnothing$ 则对 $\forall A \in 2^{\Theta}$

$$\mathrm{m}(A)=P\{X\} \tag{15}$$

$$\mathrm{Bel}(A)=P\{X_*(A)\}=P_*(A)=P(A_*) \tag{16}$$

$$\mathrm{Pl}(A)=P\{X^*(A)\}=P^*(A)=P(A_*) \tag{17}$$

分别是 2^{Θ} 上的质量函数、信任测度与似真测度;并且有

$$\mathrm{Bel}(A)=\sum_{B \subseteq A} \mathrm{m}(B) \tag{18}$$

$$\mathrm{Pl}(A)=\sum_{B \cap A \neq \varnothing} \mathrm{m}(B) \tag{19}$$

$$\mathrm{Bel}(A) \leqslant \mathrm{Pl}(A),\ \mathrm{Bel}(A)=1-\mathrm{Pl}(A^{c}) \tag{20}$$

基于质量函数的随机集模型,可以推导出 Dempster 合并规则[11].设 X_i,$i=1,\cdots,n$ 是满足定义 3.3 的 n 个随机集,并且是相互独立的,也即对于 $\forall A \in 2^{\Theta}$

$$\begin{aligned} &P(\omega \in \Omega: X_1(\omega)=A_1,\cdots,X_n(\omega)=A_n) \\ &=P(\omega \in \Omega: X_1(\omega)=A_1)\cdots P(\omega \in \Omega: X_n(\omega)=A_n) \\ &=\prod_{i=1}^{m} \mathrm{m}_i(A_i) \end{aligned} \tag{21}$$

由(10)式定义 X_i,$i=1,\cdots,n$ 的交集为

$$X(\omega)=\bigcap_{i=1}^{m} X_i(\omega) \tag{22}$$

并假设

$$\sum_{\bigcap_{i=1}^{n} A_i \neq \varnothing} \prod_{i=1}^{n} \mathrm{m}_i(A)_i \neq 0 \tag{23}$$

则可由 $X(\omega)$ 的条件概率测度诱导出 Dempster 合并规则

$$\begin{aligned} \mathrm{m}(A)&=P(\omega \in \Omega: X(\omega)=A \mid X(\omega) \neq \varnothing) \\ &=\sum_{\bigcap_{i=1}^{n} A_i=A} \prod_{i=1}^{n} \mathrm{m}_i(A) \Big\backslash \sum_{\bigcap_{i=1}^{n} A_i \neq \varnothing} \prod_{i=1}^{n} \mathrm{m}_i(A_i) \end{aligned} \tag{24}$$

可见,信息融合中广泛应用的证据合成理论,用随机集的观点来解释竟然如此简单,仅仅是两个独立随机集的交运算.文献[11]在随机集理论的框架下系统地讨论了证据合并规则,将原有对 Θ 中子集的研究提升为对 2^{Θ} 中元素的研究,把集合间的交、并、补操作扩展为 $\Theta^{n}=\Theta_1 \times \cdots \times \Theta_n$ 到 Θ 的一般性映射.在随机集的意义下,Dempster 合并规则可以理解为由随机集间的"And"操作决定的一种融合规则.基于文献[11]的研究,文献[12]利用随机集条件概率给出了其它多种经典证据合并规则的统一表示形式,并给出了构造更多合并规则的新思路.所以有理由相信,利用随机集理论我们可对证据理论进行有效扩展,从而得到更加有用的结论.

4.2 随机集与模糊集的相互转化

模糊集理论是专用于处理未知性信息,即处理的对象是边界病态的或模糊的信息,它是基于隶属度函数的概念建立起来的.从随机的角度来讲,可以证明[13,14],随机集和模糊集可以相互表示与转化.首先,引入与模糊统计相关的单点覆盖函数.

定义 4.2.1 单点覆盖函数[13] 设 $(\Omega, \mathscr{F}, P)$ 是一个概率空间,$(\Theta, \mathscr{B}_{\Theta})$ 是一个可测空间,而 $X: \Omega \to 2^{\Theta}$ 是随机集,对于 $\forall \theta \in \Theta$,定义 X 的单点覆盖函数为

$$\mu_X(\theta)=P(\omega \in \Omega: \theta \in X(\omega)) \tag{25}$$

这里分如下几种情况进行讨论

(1) 若 $\forall A \in 2^{\Theta}$, 当 $\theta \in A$ 时, $j(A) = \varnothing$, 则 $\mu_X(\theta) = 0$;

(2) 若 $\theta \in A$, $j(A) \neq \varnothing$, 且 A 是 θ 所在集合中唯一的焦元, 则 $\mu_X(\theta) = P(j(A))$;

(3) 若存在 $A_1, A_2, \cdots, A_r \in 2^{\Theta}$ 且 $\theta \in A_i$, $i = 1, 2, \cdots, r$, $j(A_i) \neq \varnothing$, 则 $\mu_X(\theta) = \sum_{i=1}^{r} P(j(A_i))$, 若 $\bigcup_{i=1}^{r} j(A_i) = \Omega$, 则 $\mu_X(\theta) = 1$.

该函数是定义在 Θ 上, 取值在 $[0, 1]$ 上的函数, 可将其视为 Θ 上的一个隶属度函数, 它决定了一个模糊集 $\underset{\sim}{A}$. 考察 θ 对 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属度, 就是度量它被随机集的像覆盖的程度, 所以由单点覆盖函数可以确定一个隶属度函数.

反之, 设 $\underset{\sim}{A}$ 是 Θ 上的一个模糊集, 其隶属度函数为 $\mu_{\underset{\sim}{A}}$, ε 是 $[0, 1]$ 上的一个服从均匀分布的随机变量, 则相应的随机集可定义为

$$X_{\underset{\sim}{A}}(\omega) = \underset{\sim}{A}^{-1}[\varepsilon(\omega), 1] = \{\theta \in \Theta | \mu_{\underset{\sim}{A}}(\theta) \geqslant \varepsilon(\omega)\} \tag{26}$$

称其为模糊集 $\underset{\sim}{A}$ 的规范随机集表示. 对于 $\forall \theta \in \Theta$, $\mu_{X_{\underset{\sim}{A}}}(\theta)$ 是 $X_{\underset{\sim}{A}}$ 的单点覆盖函数. 这种转换假定 $\varepsilon(\omega)$ 服从均匀分布, 也可以根据 $\varepsilon(\omega)$ 服从的其他分布进行转换, 这样就可以把对模糊信息的研究转换为对相应随机集的研究. 这种转换决不是数学游戏, 而是具有非常强的工程应用需求. 文献[14]利用模糊信息的随机集形式给出了可以同时处理不确定信息和模糊信息的贝叶斯模型用于复杂环境下的多目标跟踪, 并得到了很好的跟踪效果. 由此可见 Zadeh 的模糊逻辑运算转换成随机集运算, 其深层含义是: 二者可以相互转换, 根据具体的问题, 可以选择较易于处理的运算形式. 根据定义 4.1.4 就可以将模糊信息统一在基于随机集的证据推理框架下加以处理.

4.3 协调随机集与可能性测度

可能性理论是 Zadeh 在模糊集基础上提出的处理模糊命题的理论, 它是处理不完全信息的有效数学工具[5]. 这里首先给出可能性理论中的可能性测度和必要性测度, 然后介绍一种特殊形式的随机集与它们之间的关系.

定义 4.3.1 可能性测度[1,5] 称映射 $\Pi: 2^{\Theta} \to [0, 1]$ 为可能性测度, 且满足 (a) $\Pi(\varnothing) = 0$, $\Pi(\Theta) = 1$; (b) $\Pi(A \vee B) = \Pi(A) \vee \Pi(B)$.

这里, 对于 $\forall (A) \subseteq \Theta$, $\Pi(A)$ 表示事件 A 真实、发生等假设的可能性度量.

定义 4.3.2 必要性测度[1,5] 称映射为 $N: 2^{\Theta} \to [0, 1]$ 必要性测度, 如果满足: (a) $N(\varnothing) = 0$, $N(\Theta) = 1$; (b) $N(A \wedge B) = N(A) \wedge N(B)$. $N(A)$ 表示事件 A 非真、未发生等假设的可能性度量. 必要性测度可以由相应的可能性测度求出

$$N(A) = 1 - \Pi(A^c) \tag{27}$$

证据理论中, Shafer 定义了"协调似真函数(Consonant plausibility function)", 其焦元是嵌套的(Nested), 也称为协调的, 即对于 $A_i, A_j \subseteq \Theta$, $j = 1, 2, \cdots, n$, 若 $i < j$ 则有 $A_i \subseteq A_j$, 这是因为它们来自于相互兼容的信息源[10]. 在论域有限的情况下, 协调似真函数与论域上的可能性测度等价, 两者是用来建模协调性证据的工具. 另一方面, 从 4.1 节可知, 可以用随机集的上概率描述似真函数, 随机集的像(Image)就是焦元, 焦元的协调性也可以用随机集像的协调性来说明, 并称有这种性质的随机集为协调随机集. 这样就可以通过协调似真函数将可能性测度与随机集上概率联系起来. Goodman 基于此分析协调随机集协调的上概率及其对应的可能性测度之间的等价关系[15].

命题 4.3.1 令 $\Pi: 2^{\Theta} \to [0, 1]$ 是一个可能性测度. $\eta: [0, 1] \to [0, 1]$ 是服从均匀分布的随机变量, 定义 $X: [0, 1] \to 2^{\Theta}$, 满足 $X(\omega) = \{\theta \in \Theta | \Pi(\{\theta\}) \geqslant \eta(\omega)\}$, 那么, X 是一个协调随机集, 它的上概率 P^* 和 $\prod$ 相等.

此命题说明, 如果给定一个可能性测度, 都可以找到一个协调随机集来诱导它. 由以上分析可见, 具有嵌套性质的信息(证据)都可以找到其对应的协调随机集表示. 这些信息的可能性测度与它的随机集上概率之间存在等价关系. 有理由相信, 在证据理论的框架下, 将随机集及其上下概率作为工具, 可以进一步研究怎样用可能性测度和分布得到似真函数和质量函数.

4.4 随机集与条件事件代数

可由布尔除法引入条件事件的概念[16].

定义 4.4.1 条件事件　设 $\mathscr{A} = 2^{\Theta}$ 是一个布尔代数系统, 对于 $\forall A \subseteq \Theta$, 称 $\mathscr{A}$ 上定义的布尔除法运算

$$(A | B) = (\text{if } A, \text{ then } B) \tag{28}$$

为条件事件.

这里介绍一种典型的条件事件代数, GNW 条件事件代数[6]. 对于论域中任意的 GNW 条件事件 $(A|B)$ 和 $(C|D)$, 其补、交、并运算定义为

$$(A|B)^{c, GNW} = (A^c | B) \tag{29}$$

$$\begin{aligned}(A|B) \wedge (C|D) &= ((A|B)^c \vee (C|D)^c)^c \\ &= (ABCD | A^cB \vee C^cD \vee BD) \\ &= (ABCD | A^cB \vee C^cD \vee ABCD)\end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}(A|B) \vee (C|D) &= (AB \vee CD | AB \vee CD \vee BD) \\ &= (ABCD | AB \vee CD \vee A^cBC^cD)\end{aligned} \tag{31}$$

GNW 逻辑满足交换律、结合律、分配律、幂等性和De-Morgen 律, 也满足很多其他需要的性质, 特别是假言推

理(Modus penes)和传递逻辑链特性, 详细证明请参看文献[7]. GNW 条件事件代数被广泛应用于证据理论和专家系统等人工智能领域, 文献[17]比较全面地介绍了GNW 条件事件代数这方面的发展及应用.

设 A 和 B 是论域 Θ 上的子集, 可以证明[18], 规则信息 $A|B$ 可以表示为一个闭区间的形式

$$(A|B)=[(A\cap B),(B\Rightarrow A)]=\{R\subseteq\Theta:(A\cap B)\subseteq R\subseteq(B\Rightarrow A)\} \tag{32}$$

其中, $B\Rightarrow A\triangleq B^c\cup A=B^c\cup BA$, 称作给定 B 时 A 的逻辑蕴涵.

基于此, 可将 $A|B$ 看成一个在此区间上均匀取值的随机集 X, 即对所有 $A\subseteq\Theta$, 有

$$P_X(A)=2^{-N} \tag{33}$$

其中, N 是 2^Θ 中元素的个数. 则可以定义 GNW 条件事件代数对 Θ 上的随机集的同形嵌入(Homomorphic embedding)[19]

$$\sum_X((A|B))=(A\cap B)_X \tag{34}$$

其中 $(A\cap B)_X\triangleq(B^c\cap X)\cup(A\cap B)$.

在此基础上可以给出 GNW 条件事件代数中条件事件逻辑运算的随机集表示.

定义 **4.4.2**[6,7]

对于任意的条件事件代数 $(A|B)$, $(C|D)$, 有如下结果

$$\sum_X((A|B^{c,GNW}))=(A\cap B)^c_X=(A^c\cap B)_{\Theta-X} \tag{35}$$

$$\sum_X((A|B)\wedge(C|D))=(A\cap B)_X\cap(C\cap D)_X \tag{36}$$

$$\sum_X((A|B)\vee(C|D))=(A\cap B)_X\cup(C\cap D)_X \tag{37}$$

从而 GNW 条件事件的逻辑运算也可以用相应的随机集来表示. 可见, 通过条件事件的随机集描述, 处理条件性和经验性规则的条件事件代数理论可被纳入到随机集理论框架中, 这也为将随机集引入专家系统奠定了基础.

4.5 随机集与 Bayes 理论

Bayes 递规非线性滤波是理论可证的最优非线性估计方法, 该方法由 Bayes 预测和更新方程组成. 基于对多目标运动和跟踪系统的随机集描述[20,21], R. Mahler 将其推广得到集变量形式的 Bayes 滤波估计器.

通过扩展的拉东•尼古丁求导方法[7], 可由多目标观测模型的信任测度 $\beta_\Sigma(S|X)$ 推导得到其似然函数 $f(Z|X)$

$$f(Z|X)=\frac{\delta\beta_\Sigma}{\delta Z}(\varnothing|X) \tag{38}$$

其中, X 是多目标的观测随机集 Σ 的一次实现, δ 是计数测度(Counting Measure)[21]; 由多目标状态模型的信任测度 $\beta_{\Xi_k}(S|K)$ 得到马尔可夫转移概率密度 $f_{k+1|k}(Y|X)$

$$f_{k+1|k}(Y|X)=\frac{\beta_{\Xi_{k+1|k}}}{\delta Y}(\varnothing|X) \tag{39}$$

这里, Ξ_k 为 k 时刻的状态随机集. 从而, 多目标 Bayes 非线性滤波器分为:

预测步骤

$$f_{k+1|k}(X|Z^k)=\int f_{k+1|k}(X|Y)f_{k|k}(Y|Z^k)\,\delta Y \tag{40}$$

更新步骤

$$f_{k+1|k+1}(X|Z^{k+1})=\frac{f_{k+1}(Z_{k+1}|X)f_{k+1|k}(X|Z^k)}{\int f(Z_{k+1}|Y)f_{k+1|k}(Y|Z^k)\,\delta Y} \tag{41}$$

这里 $Z_k=\{Z_1,\cdots,Z_k\}$ 是每时刻的观测集组成的序列, $f_{k+1|k+1}(X|Z^{k+1})$ 是 $k+1$ 时刻以 Z^k 为条件的多目标后验概率密度函数.

5 随机集理论在信息融合中的应用

随机集理论作为信息融合领域中一种新的数学方法, 已经被应用于多传感器多目标跟踪与识别、融合系统性能评估、传感器管理等方面.

基于随机集的多目标多传感器模型, 可将多传感器多目标跟踪, 多传感器单目标跟踪, 单传感器多目标跟踪, 单传感器单目标跟踪等四类机动目标跟踪统一在随机集 Bayes 框架下解决[7,21]. 由于 4.5 节中介绍的 Bayes 非线性最优估计在工程上难以实现, R. Mahler 等设计出的近似的概率假设密度滤波器能有效地降低最优估计器的计算复杂度[21]. 另外 H. Sidenbladh 等人还将粒子滤波方法和随机集理论有效结合提出了一种近似算法, 并应用于数目不定的地面移动目标的跟踪问题[22].

在目标识别当中, 合成孔径雷达(SAR)图像的目标识别(ATR)是目前研究的热点和难点. 由于环境中不确定因素的影响, 使得很难用既定的统计模型对成像过程进行建模. 洛克西德•马丁公司 MS2 战略系统实验室的 R. Mahler 研究小组和科学系统公司(SSCI)的研究团队利用文献[13]中提出的模糊信息的随机集建模方法, 很好的解决了该问题[23].

在融合算法评估方面, 针对已有方法大多仅能度量系统某一方面性能的局限性, SSCI 研究小组基于随机集理论研究了多传感器多目标算法的综合性能评估问题, 其重点集中在运用随机集给出综合性能评估标准, 分别给出了基于信息论的评价方法[24]和多目标偏差距离的评价方法[25].

传感器管理问题中涉及到的目标、传感器、观测数据和传感器的搭载平台都可能是随机变化的集合, 所以对于问题的求解是极其困难的. R. Mahler 等人运用随机

有限集统计学建立了一个“自然的”传感器管理目标函数—目标的后验期望数目(PENT),来最大化定位较好的目标数目[26]. PENT 目标函数也可以和近似多目标滤波(如概率假设密度滤波器或多假设相关滤波器等)一起使用,并且使用带有一个 MHC 滤波器的 PENT 的初步仿真已经证明了其具有很好的传感器管理性能[27].

6　未来的研究方向

(1) 多源异类信息的统一表示或描述

从第 4 节的分析可以看出, 在不同的约束条件下, 可以将模糊隶属度、可能性测度和质量函数等信息度量手段转换为相应的随机集概率测度,这就使进一步研究多源异类信息的统一表示与度量,这一信息融合中的首要问题成为可能.

(2) 多源异类信息的互补融合与集成

融合系统中, 各个子系统会根据需要处理的信息类型, 选用相应的处理方法, 多源异类信息之间通常都具有相容性、相关性或互补性, 对它们的互补融合与集成就变得尤为重要[28]. 在统一表示与度量多源信息的基础上, 利用随机集理论进一步研究多种信息建模方法的转化与综合, 将对多源异类信息的互补融合与集成方法的研究具有重要的意义.

(3) 基于随机集理论的多目标跟踪问题研究

在诸多不确定性影响的多目标多源信息融合系统中, 所要分析的变量通常表现为集合的形式, 如多目标状态集、多传感器观测集、杂波集等等, 并且集合中元素的个数和取值都是随机变化的, 因而, 在随机集概率框架下, 将这些信息集合理解为“随机有限集合”而不是通常变量序列的形式,这充分考虑了集合中元素的几何特性, 它是对多目标状态及各类传感器信息不确定性最自然、直观的描述. 在随机集概率框架下, 用随机集方法建立多目标动态模型, 设计多目标多源信息融合算法, 将是对传统的相互分离的多目标多传感器信息融合算法的合理扩展与综合. R. Mahler 教授已经在这方面做出了卓有成效的工作[3,7,21].

(4) 随机集方法的近似实现

从前面的描述可知,随机集理论虽然有望解决信息融合中的诸多重要问题,但是随机集方法大都在数学表示、推理和计算上比较复杂, 尤其是多源多目标情况下的集函数微积分求解. 所以, 随机集方法的近似实现成为了需要深入研究的关键性问题.

(5) 随机集理论对证据合并规则的扩展

证据理论已被广泛地应用于多源信息融合当中, 其核心内容是 Dempster 证据合并规则, 从 4.1 节的论述可知, 在随机集理论的框架下的 Dempster 合并规则变得更易于理解, 从随机集的角度理解证据的合并, 可以得到更多的合并规则, 进而可以研究适合于冲突证据以及非独立证据的合并规则的构造, 而各种合并规则的效果评估也有望用基于随机集的概率方法得以解决. 朱允民教授已经在这方面做出了一些非常有意义的工作[11].

(6) 随机集理论在故障诊断等系统中的应用

在大型设备的故障诊断系统中, 不仅包含多类不确定性的故障特征信息, 故障类型也多种多样, 而且特征和故障类型之间常存在着复杂的对应关系, 因此单靠某种理论或某种方法很难准确及时地对设备进行故障诊断. 所以利用随机集理论提供的融合方法, 对多种人工智能诊断技术进行集成和综合, 是解决大型设备故障诊断等复杂问题的有效途径.

(7) 随机集理论在其他方面的应用

除了本文上述内容涉及到的应用以外, 随机集理论在医学、无线通信、传感器网络和图像信息处理等领域都有着非常好的应用前景. 例如, 在体内细胞跟踪中存在许多不确定问题[29]: 细胞运动图像存在严重的噪声和杂波、多细胞密集靠近和跟踪细胞数目随机变化等, 这些问题都可以用基于随机集的多目标跟踪方法加以处理; 在多用户无线通讯系统中, 用户的数量及所收发的信息都是随机变化的, 多用户集合就是一个随机集[30]. 所以, 动态环境下多用户检测问题也可以纳入到随机集多目标跟踪中得以解决, 进而, 类似的 *ad hoc* 网络主动节点(Active nodes)辨识、传感器网络孤立节点(Isolated nodes)辨识等问题都有望通过随机集的方法解决. 可见, 随机集理论作为一种能够解决复杂性问题的有效数学工具, 将有着十分广阔的应用前景.

7　结论

当前, 随机集是信息融合领域之中的研究热点之一, 其作为传统概率理论的一个崭新的分支, 仍处于不断的发展阶段, 所以基于它所建立的信息融合的理论框架也将需要进一步的补充和完善. 虽然经典的概率理论和人工智能的方法都与随机集理论有着密切的关系, 但是在随机集理论框架下怎样根据实际的工程问题实现各种信息表示和建模形式到随机集的合理转换, 完成方法论的统一, 还需要众多研究者的共同努力. 本文回顾了随机集的基本概念和性质, 综合论述了随机集理论和多种信息融合中常用的信息处理方法之间的联系, 并对随机集理论在信息融合中的应用进行了介绍, 最后指出了随机集理论未来的研究方向, 希望能对我国信息融合等领域的研究人员开展相关研究提供方便. 本文不可能包括所有相关内容, 感兴趣者可参考下列有关文献.

参考文献:

[1] Smets P. Imperfect information: imprecision-uncertainty [A].

uncertainty management in information systems from needs to Solutions [C], Netherlands : Kluwer Academic Publishers, 1997, 225- 254.

[2] 彭冬亮, 文成林, 徐晓滨, 薛安克. 随机集理论及其在信息融合中的应用[J]. 电子与信息学报, 2006, 28(11): 2199-2204.
Peng Dongliang, Wen Chenglin, Xu Xiaobin, Xue Anke. Random set and its application in information fusion[J]. Journal of Electronic & Information Technology, 2006, 28(11): 2199-2204. (in Chinese)

[3] Mahler R. Random sets: unification and computation for information fusion-a retrospective assessment [A]. The 7th International Conference on Information Fusion [C], Sweden: ICIF 2004, 1- 20.

[4] Black M. Vagueness: An exercise in logical analysis [J]. Philosophy of Science, 1937, 4(4): 427- 455.

[5] Zadeh L A. Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility [J]. Fuzzy Sets and Systems. 1999, 100(26): 9- 34.

[6] 邓勇, 刘琪, 施文康. 条件事件代数综述[J]. 计算机学报, 2003, 26(6): 650- 661.
Deng Yong, Liu Qi, Shi Wenkang. A review on theory of conditional event algebra[J]. Chinese Journal of Computers, 2003, 26(6): 650- 661. (in Chinese)

[7] Goodman I R, Mahler R, et al. Mathematics of data fusion [M]. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1997.

[8] 韩崇昭, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
Han Chongzhao, Zhu Hongyan, Duan Zhansheng. Multisource information fusion [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese)

[9] 李世楷. 随机集与集值鞅[M]. 贵州: 贵州科技出版社, 1991.
Li Shikai. Random and set-valued martingale. Guizhou China: Guizhou Technology Press, 1991. (in Chinese)

[10] Shafer G. A mathematical theory of evidence [M]. America: Princeton University Press, 1976.

[11] Yunmin Zhu, X Rong Li. Extended dempster shafer combination rules based on random set theory [J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5434: 112- 120.

[12] Wen chenglin, Xu xiaobin, Li zhiliang. Research on unified description and extension of combination rules of evidence Based on random set theory [J]. The Chinese Journal of Electronics, 2008, 17(2): 279- 284.

[13] Mahler R. Representing rules as random sets, I: statistical correlations between rules [J]. Information Sciences, 1996, 88(22): 47- 68.

[14] Mahler R, Leavitt J, et al. Nonlinear filtering with really bad data[A], Part of the SPIE conference on signal processing, sensor fusion, and target recognition [C], America: SPIE, 2001. 59- 70.

[15] Goodman I R. Fuzzy sets as equivalence classes of possibility random sets [A]. Fuzzy Sets and Possibility Theory: Recent Developments[C], New York: Pergamon Oxford Press, 1982. 327- 343.

[16] 康耀红. 数据融合理论与应用[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1997.
Kang Yaohong. Data Fusion theory and its application [M]. Xian: Xidian University Press, 1997. (in Chinese)

[17] Goodman I R, Nguyen H T, Walker E A. Conditional inference and logic for intelligent systems: a theory of measure-free conditioning [M]. New York: Amsterdam North-Holland Press, 1991.

[18] Lewis D. Probabilities of conditionals and conditional probabilities[J], Philos. Review, 1976, 85(3): 297- 315.

[19] Goodman I R, Kramer G F. Extension of relational and conditional event algebra to random sets with applications to data fusion, random set theory and applications[M], New York: Springer Press, 1997, 209- 243.

[20] Chenglin Wen, Xiaobin Xu. Random sets in data fusion: a new framework for multitarget tracking [A]. Proceedings of the 2006, 1st International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics[C], Harbin China: ISSCAA, 2006, 999- 1004.

[21] Maler R. Statistical multisource-multitarget information fusion [M]. Boston: Artech House Publishers, 2007.

[22] Vo B N, Singh S, et al. Sequential monte carlo methods for multitarget filtering with random finite sets [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224- 1245.

[23] Hoffman J, Mahler R, et al. Robust SAR ATR via set-valued classifiers: new results [J], Proceedings of SPIE, 2003, 5096: 139- 150.

[24] ElFallah A, Mahler R, et al. Scientific performance evaluation for sensor management[J], Proceedings of SPIE, 2000, 405: 183- 194.

[25] Hoffman J, Mahler R. Multitarget miss distance via optimal assignment[J], IEEE Transactions on System Man and Cybernetics- Part A, 2004, 34(3): 327- 336.

[26] Mahler R. Sensor Management with non-ideal sensor dynamics[A], The 7th International Conference on Information Fusion [C], Sweden: ICIF, 2004: 783- 790.

[27] ElFallah A, Perloff M, et al. Multitarget sensor management with target preference[J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5429: 222- 232.

[28] 2004 年国家自然科学基金项目指南[DB/OL], http://www.nsfc.gov.cn/nsfc/cen/xmzn/2004xmzn/02zd/kxb/06xx.htm. 2004 Guidance of NSFC Projects [DB/OL], http://www.nsfc.gov.cn/nsfc/cen/xmzn/2004xmzn/02zd/

kxb/06xx.htm. (in Chinese)

[29] Rabut G, Ellenberg J. Automatic real-time three-dimensional cell tracking by fluorescence microscopy[J]. Journal of Microscopy, 2004, 216(2):131 - 137

[30] Ezio Biglieri, Marco Lops. Multiuser detection in a dynamic environment part I: user identification and data Detection [J], IEEE Transactions on information theory, 2007, 53(9):3158 - 3170.

作者简介:

徐晓滨　男, 1980出生于河南省郑州市. 现为上海海事大学电气自动化系博士研究生, 主要研究方向为基于随机集理论的多源不确定信息处理, 基于信息融合的电力系统故障诊断技术, 基于随机集理论的多目标跟踪. E-mail: xuxiaobin1980@163.com

文成林　男, 博士(后) 教授 博导 1963 年出生于河南省开封市主要从事研究方向为多源同步和异步信息的多尺度建模理论与多尺度数据融合技术, 随机集理论, 动态系统的安全检测、监控与故障诊断技术. E-mail: wencl@hdu.edu.cn

刘荣利　女, 1981 年于河南省洛阳市. 现为杭州电子科技大学在读硕士研究生, 主要研究方向: 多源不确定信息融合、基于随机集的多目标跟踪等. E-mail: rongliok@yahoo.com.cn